УДК 007.629.735

Аль-Аммори Али[1], Е.П. Шкурко[2]
[1]Национальный транспортный университет, г. Киев, Украина
[2]Национальный авиационный университет, г. Киев, Украина

Технико-экономическое саморегулирование эффективности функционирования информационно-управляющих систем

В статье предложена методика экономического обоснования выбора оптимальной микропроцессорной системы, работающей в многозадачном режиме реального времени при нестационарном поступлении требований по решению задач, выполняемых в информационно-управляющих системах. Обосновывается необходимость применения многоканальных и многофазных систем массового обслуживания.

Введение

Для повышения вычислительной мощности микропроцессоров, быстродействия ввода и обработки большого количества быстротекущей информации применяют матричные параллельно-последовательные структуры микропроцессорных систем (МПС) [1], в которых каждый микропроцессор соединен с 4-мя соседними по фазам (колонкам матрицы) и по каналам (строкам матрицы), а также выполняет одну определенную задачу, принимая исходные данные от соседа слева и передавая результаты вычислений соседу справа, взаимодействуя с ближайшими соседями в колонке матрицы. Такие МПС (рис. 1) способны обработать огромные массивы быстро изменяющихся данных в реальном масштабе времени. С целью повышения эффективности матричных структур применяют также матрично-пирамидальные структуры (рис. 2), в которых в последующих колонках матрицы число микропроцессоров постепенно уменьшается, и микропроцессоры в последних колонках совместно выполняют задачи, исходные данные для которых поступают от микропроцессоров предыдущих колонок матрицы, расположенных в разных строках.

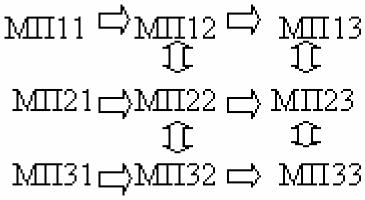


Рисунок 1 – Параллельно-последовательные структуры МПС

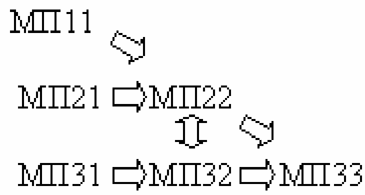


Рисунок 2 – Матрично-пирамидальные структуры МПС

Цель работы. Обеспечение саморегулирования эффективности функционирования информационно-управляющих систем (ИУС).

Объект исследования: микропроцессоры информационно-управляющих систем ввода и обработки большого количества быстротекущей информации.

Такие МПС могут быть успешно использованы для решения задач моделирования в трех измерениях атмосферных масс, для прогноза погоды, моделирования трехмерных зон земной коры, моделирования обширных сетей нейронов, составляющих

мозг человека, для очень большого набора преобразований, необходимых для восприятия сложного поведения пространственных объектов.

В данной статье рассматриваются матричные структуры соединения вычислительных средств, предназначенных для последовательной обработки информации в реальном масштабе времени, поступающей случайно по пуассоновскому закону по нескольким направлениям (строкам) и обрабатываемой последовательно по фазам (строкам матрицы).

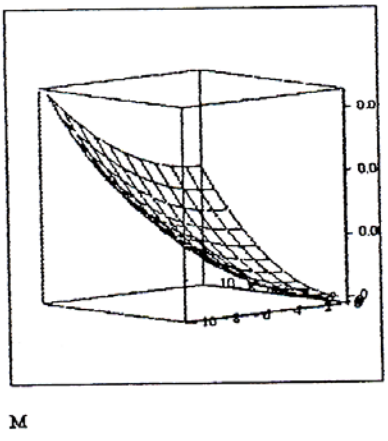
Предлагается методика выбора оптимальной матричной структуры вычислительных средств, когда по каждому каналу (строке матрицы) данные поступают случайным потоком. Такие структуры можно отнести к многоканальным и многофазным системам массового обслуживания (СМО).

Многие учреждения, которые обслуживают потребителей, в т.ч. научно-технические библиотеки вузов, можно так же представлять, как многоканальные и многофазные системы массового обслуживания. Эффективность работы таких структур, которая характеризуется числом x_0 обслуженных заявок, можно описать известным [2] матричным выражением:

$$x_0 = \sum_{i=1}^{n} x_i - X^T \times A \times X, \tag{1}$$

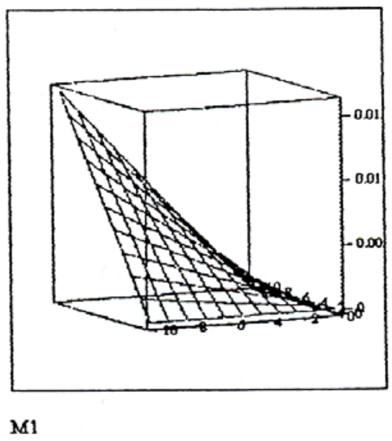
где x_i – интенсивность поступления заявок по i-му каналу, которая является i-й составляющей вектора X; A – квадратная матрица размерностью $n \times n$, элементы a_{ij} которой определяют время обслуживания заявки по i-му каналу на j-й фазе.

Квадратичная форма $r(a,x) = X^T \times A \times X$ в формуле (1) определяет значение $r(a,x)$ необслуженных заявок, которые появились тогда, когда система была занята на i-м канале в j-й фазе обслуживанием ранее пришедшей заявки. Функция $r(a,x)$ зависит от величин x_i интенсивностей поступления заявок по отдельным каналам и от времени a_{ij} занятости по обслуживанию заявок по i-му каналу на j-й фазе. Поскольку описываемая СМО является системой с отказами или с ограниченной очередью, то нетерпеливые клиенты, пришедшие тогда, когда система занята по i-му каналу на j-й фазе, могут уйти необслуженными.



M

Рисунок 3 – Выпуклая геометрическая фигура $r(a,x)$ при $|A| \geq 0$



M1

Рисунок 4 – Невыпуклая геометрическая фигура $r(a,x)$ при $|A| < 0$

Из курса математики [3] известно, что если определитель матрицы A положительный, т.е. $|A| \geq 0$, то указанная квадратичная форма $r(a,x)$ в многомерном прост-

ранстве описывает выпуклую геометрическую фигуру типа параболоид, которая в пространстве 2-х измерений изображена на рис. 3.

Если же $|A|<0$, то квадратичная форма $r(a,x)$ в пространстве 2-х измерений описывает невыпуклую геометрическую фигуру типа «седло» (рис. 4).

Приведенные графики получены с помощью прикладной программы Mathcad при следующих исходных данных:

$$x_i = 0,01; 0,02, ..., 0,1; \; y_i = 0,01; 0,02, ..., 0,1.$$

Для графика (рис. 3):

$$a_{11} = 0,7; \; a_{12} = 0,0003; \; a_{21} = 0,0001; \; a_{22} = 0,9,$$

$$r(a,x)a = a_{11}x^2 + a_{12}x \times y + a_{21}x \times y + a_{22}y^2.$$

Для графика (рис. 4)

$$a_{11} = 0,00001; \; b_{12} = 0,9; \; b_{21} = 0,7; \; b_{22} = 0,00003,$$

$$r(a,x)b = b_{11}x^2 + b_{12}x \times y + b_{21}x \times y + b_{22}y^2.$$

На рис. 3 изображен двухмерный график квадратичной формы $r(a,x)a$, в которой недиагональные элементы $a_{12};a_{21}$ матрицы A меньше диагональных $a_{11};a_{22}$, поэтому график получился выпуклым.

На рис. 4 показан двухмерный график квадратичной формы $r(a,x)b$, в которой недиагональные элементы $b_{12};b_{21}$ матрицы больше диагональных $b_{11};b_{22}$, поэтому график получился невыпуклым.

Вероятность $W_i(a, x)$ необслуживания заявки, поступающей по i-му каналу в описываемой СМО [2], оценивается выражением:

$$W_i(a,x) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j. \tag{2}$$

Из теории программирования [3], [4] известно, что в выпуклом пространстве, определяемом в данном случае условием $|A| \geq 0$, можно минимизировать функцию $W_i(a, x)$ потерь, и её минимальное значение будет тогда, когда время a_{ij} обслуживания заявки по i-му каналу на j-й фазе будет находиться в обратно пропорциональной зависимости относительно x_i интенсивности поступления заявок:

$$a_{ij} = \left|(x_i)^{-1}\right|. \tag{3}$$

При выполнении условия (3) составляющие n-мерного вектора $W_i(a, x)$ вероятностей потерь $V_i(a, x)$ будут иметь минимальные значения. Эти составляющие описывают плоскости в n-мерном пространстве $x_i \in X$. Каждая из указанных плоскостей займет такое положение, когда общие потери необслуженных заявок, определяемые квадратичной формулой $r(a,x)$, будут минимальны.

Если определитель матрицы A является отрицательным числом, то геометрическое пространство $x_i \in X$ является невыпуклым, в котором минимальное значение функции потерь $r(a,x)$ не существует.

И, действительно, из рис. 4 видно, что минимальные потери $r(a,x)$ по оси x_1 обеспечиваются при максимальных потерях по оси x_2. Таковы свойства седлообразной фигуры (рис. 4). Снижение потерь по 1-му каналу сопровождается увеличением потерь по 2-му каналу.

Существующая теорема [5] позволяет по внешнему виду матрицы A определить положительный или отрицательный знак определителя $|A|$.

Определитель $|A|$ матрицы A будет положительным, если элементы матрицы $a_{ij} \geq 0$, и в каждой строке матрицы A диагональный элемент a_{ij} превышает сумму недиагональных элементов a_{ij}, т.е. выполняется условие:

$$a_{ij} > \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} a_{ij}. \quad (4)$$

Условие (4) имеет важный практический смысл. Оно является критерием рационально организованной структуры ИУС или социально-экономического учреждения, которое обслуживает потребителей.

Известно, что в прикладных СМО каждая поступающая заявка несет с собой плату d_i за обслуживание. Можно полагать, что общий доход $D(a,x)$ от конкретной СМО определяется формулой:

$$D(a,x) = \sum_{i=1}^{n} y_i - X^T A_d \times X, \quad (5)$$

где $y_i = X_i d_i$.

Матрица Ad отличается от матрицы A тем, что в этой матрице элемент a_{ij} умножается на значение d_{ij} оплаты за обслуживание по каждому *i*-му каналу, и в каждой *j*-й фазе, т.е. матрица Ad, по сравнению с матрицей A, является «денежной» матрицей, и каждый элемент ad_{ij} имеет размерность денежной единицы. Матрица A является временной матрицей, каждый элемент a_{ij} этой матрицы определяет время занятости обслуживанием заявки по *i*-му каналу на *j*-й фазе.

В любом учреждении работа будет организована рационально, если каждый работник основную часть времени выполняет свои функциональные обязанности и незначительную часть времени уделяет побочным, вспомогательным операциям, которые должны выполнять другие работники.

Несложно представить, что диагональные элементы ad_{ij} матрицы Ad показывают денежный доход каждого члена общества, т.е. его заработную плату, а сумма недиагональных элементов показывает расходы каждого члена общества на образование, коммунальные услуги, питание, отдых, лечение и т.п.

Таким образом, если условие (4) выполняется, то такое общество организовано рационально, поскольку зарплаты каждого члена общества хватает на все предусмотренные необходимые расходы. Если же условие (4) не выполняется, то это будет означать, что с экономической точки зрения общество организовано нерационально. В таком обществе имеет место рост доходов некоторых его членов за счет чрезмерных расходов других его сограждан.

Аналогично можно показать, что в рационально организованной (условие (4) выполняется) информационно-управляющей матричной системе каждый микропроцессор выполняет свои функциональные задачи, а в свободное время переключается на выполнение других работ. Таким образом, условие (4) можно использовать как критерий рационально организованной информационно-управляющей или социально-экономической системы.

В основном, теория массового обслуживания строится на такой концепции, согласно которой поток заявок на обслуживание является стационарным без последей-

ствий, когда интенсивность x_i поступления заявок на обслуживание является постоянной (рис. 5а), и нет никаких функционально-корреляционных связей между поступающими заявками.

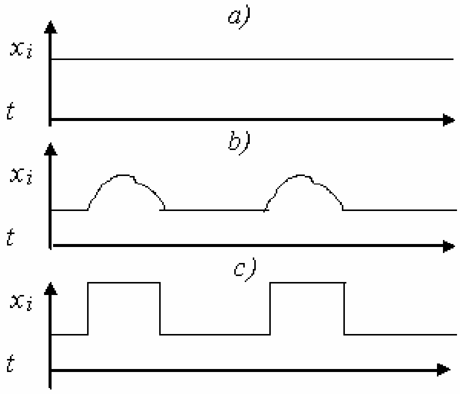


Рисунок 5 – Виды потоков заявок:
а) стационарный поток заявок x_i; b) нестационарный поток заявок;
с) кусочно-стационарная аппроксимация нестационарного потока заявок

В действительности, как правило, интенсивность $x_i(t)$ поступления заявок зависит от времени (рис. 5b).

В реальных условиях для повышения эффективности работы системы целесообразно производить статистическое измерение интенсивности x_i поступления заявок в зависимости от времени, аппроксимировать нестационарный поток, как кусочно-стационарный (рис. 5с) и, в соответствии с этим, в динамике изменять структуру СМО для обеспечения максимальной эффективности её работы.

Эффективность работы системы можно оценивать прибылью $V(a,x)$, которая экономически определяется выражением:

$$V(a,x) = D(a,x) - R_0, \tag{6}$$

$$R_0 = R_2 \times \Pi R_1, \tag{7}$$

где R_1 – вектор-столбец оплаты за обслуживание заявок по каждой *j*-й фазе, каждая составляющая r_{1j} которой представляет оплату за обслуживание по *j*-й фазе;

R_2 – вектор-строка, каждая составляющая r_{2i} которого представляет добавочную оплату за обслуживание по *i*-му каналу. Если такой добавочной оплаты нет, то составляющая $r_{2i} = 1$;

Π – целочисленная матрица размерностью $n \times n$, каждый элемент Π_{ij} которой определяет число рабочих мест по *i*-му каналу на *j*-й фазе.

При этом, элементы $a(n)_{ij}$ матрицы $A(n)$ в формуле (4) будут переменными величинами, зависимыми от числа рабочих мест n_{ij} по *i*-му каналу на *j*-й фазе.

Естественно считать, что увеличение числа n_{ij} рабочих мест на *j*-й фазе по *i*-му каналу влечёт за собой уменьшение времени обслуживания $a(n)_{ij}$ на *j*-й фазе по *i*-му каналу.

В простейшем варианте может иметь место линейная обратно пропорциональная зависимость:

$$a(n) = a_{ij} / n_{ij}. \tag{8}$$

С учётом (4 – 6) можно составить расчётную формулу вычисления экономической эффективности системы:

$$V(a,x) = \sum_{i=1}^{n} y_i - X^T \times Ad(n) \times X - R_2 \times \Pi R_1. \qquad (9)$$

Можно показать на конкретных примерах, что конфигурация матриц $Ad(n)$ и Π определяется её практической информационно-управляющей или социально-экономической структурой. Причём, указанные практические структуры СМО можно изменять, а вместе с тем можно изменять и конфигурации матриц $Ad(n)$ и Π, добиваясь максимальной прибыли в соответствии с выражением (9).

При этом убыток от необслуживания заявок будет уменьшаться, а расходы на обслуживание увеличиваться, и можно найти значения элементов ad_{ij} и n_{ij}, изменяя конфигурации матриц $Ad(n)$ и Π так, чтобы общая прибыль $V(a,x)$ была максимальной.

При нестационарных потоках заявок с интенсивностями $x_i(t)$ с целью обеспечения максимальной прибыли $V(a,x,t)$, зависимой от времени, можно и нужно менять структуру исследуемой системы, а вместе с тем и конфигурации матриц $Ad(n,t)$ и $\Pi(t)$ в зависимости от времени.

При этом, структуру ИУС можно представить как саморегулирующую систему (рис. 6), в которой в зависимости от потоков заявок с интенсивностями x_i меняются конфигурации матриц $Ad(n,t)$ и $\Pi(t)$, отражая изменения самой структуры СМО с целевым назначением обеспечения максимальной прибыли $V(a,x,t)$ в зависимости от времени.

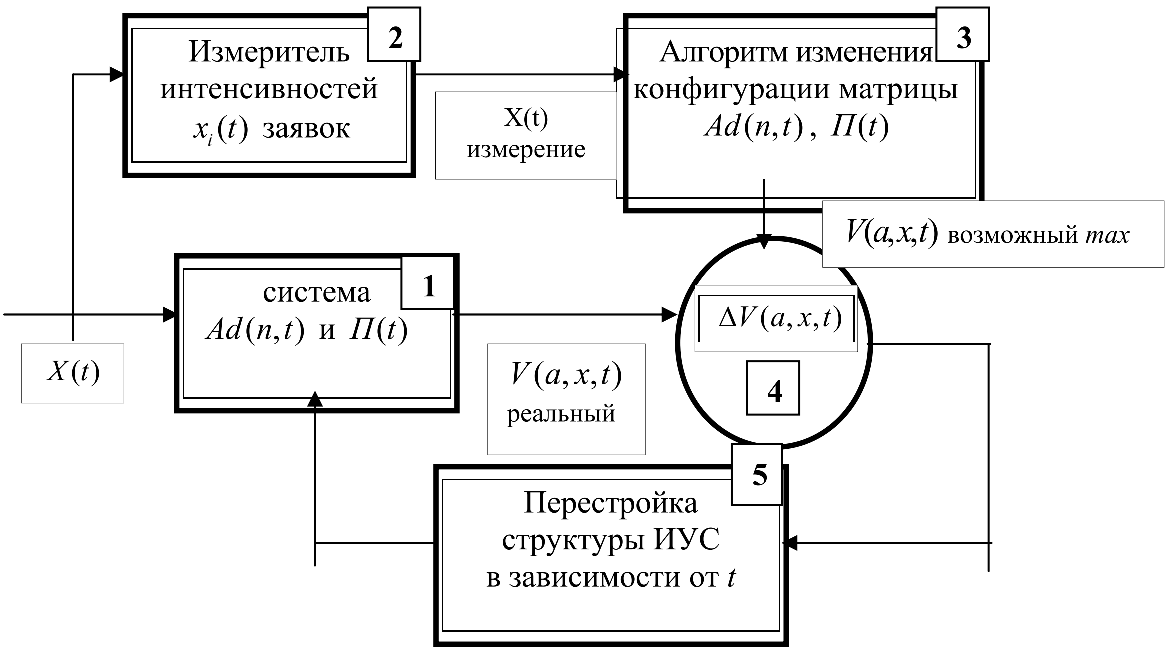


Рисунок 6 – Структура системы с экономическим саморегулированием

В блоке 2 измеряется интенсивность $x_i(t)$ поступления заявок; в блоке 3 реализуется алгоритм поиска оптимальной конфигурации матриц $Ad(n,t)$ и $\Pi(t)$, отражающих оптимальную структуру системы и обеспечивающих возможную максимальную прибыль $V(a,x,t)_{\max}$ для данных измерителей интенсивностей $x(t)$, измеренных в

блоке 2; в блоке 4 вычисляется разность $\Delta V(a,x,t)$ между реальной $V(a,x,t)_{реаль.}$ и возможной экономическими прибылями $V(a,x,t)_{\max}$ в зависимости от времени *t*, в блоке 5 осуществляется перестройка структуры ИУС или социально-экономического управления в зависимости от времени *t*, в блоке 5 осуществляется перестройка структуры ИУС или социально-экономического управления в зависимости от времени.

В блоке 2 измеряется интенсивность $x_i(t)$ поступления заявок; в блоке 3 реализуется алгоритм поиска оптимальной конфигурации матриц $Ad(n,t)$ и $\Pi(t)$, отражающих оптимальную структуру системы и обеспечивающих возможную максимальную прибыль $V(a,x,t)_{\max}$ для данных измерителей интенсивностей $x(t)$, измеренных в блоке 2; в блоке 4 вычисляется разность $\Delta V(a,x,t)$ между реальной $V(a,x,t)_{реаль.}$ и возможной экономическими прибылями $V(a,x,t)_{\max}$ в зависимости от времени *t*, в блоке 5 осуществляется перестройка структуры ИУС или социально-экономического управления в зависимости от времени *t*, в блоке 5 осуществляется перестройка структуры ИУС или социально-экономического управления в зависимости от времени.

Для наглядности рассмотрим простейший пример. Пусть имеется компьютерный класс в библиотеке вуза, который оказывает дополнительные платные услуги. Интенсивность прихода потребителей является нестационарной. Как правило, на парах, когда нет занятий, и после окончания занятий потребителей больше, чем в остальное время, и в эти пиковые часы самые нетерпеливые уходят в соседние конкурирующие Интернет-кафе, лишая наш компьютерный класс и библиотеку, в целом, определенной части дохода $\Delta D(a,x,t)$. Естественно, это отрицательно влияет на прибыль $V(a,x,t)$. Для того чтобы избежать такой неприятности, необходимо измерять статистическим способом интенсивность $x_i(t)$ прихода потребителей и, в соответствии с этим, менять структуру компьютерного класса, увеличивая число сотрудников в часы «пик».

Таким образом, структура нашего компьютерного класса будет изменяться на протяжении рабочего дня, обеспечивая максимальную прибыль. При этом часть сотрудников будет работать на полставки или выполнять в свободное время другую, необходимую для библиотеки работу.

Аналогичные примеры можно привести для более сложных социально-экономических или информационно-управляющих структур. Составляющими элементами таких саморегулирующихся экономических структур должны быть: измеритель интенсивности x_i поступлений заявок по *i*-му каналу и вычислитель, реализующий алгоритм приемлемого выбора оптимальной структуры.

В качестве примера рассмотрим работу кассы предварительной продажи авиационных билетов. Поскольку данная система одноканальная и однофазная, то матричное выражение (9) сворачивается в более простую формулу:

$$V(y) = X \times d - X \times d\left(1 - e^{\frac{-X \times t}{y}}\right) - y \times r, \tag{10}$$

где $\left(1 - e^{\frac{-X \times t}{y}}\right)$ – вероятность необслуживания заявки вследствие занятости кассира обслуживанием предыдущей заявки.

После несложных преобразований (10) можно записать следующую формулу определения прибыли $V(y)$:

$$V(y) = X \times de^{\frac{-X \times t}{y}} - y \times r, \tag{11}$$

где X – интенсивность поступления заявок в час; d – оплата за бронированные билеты; t – среднее время обслуживания клиента; r – зарплата кассира в час; y – число работающих кассиров.

В уравнении (11) первое слагаемое определяет доход фирмы в зависимости от числа X поступивших клиентов, оплаты d за обслуживание и вероятности $e^{\frac{-X \times t}{y}}$ обслуживания поступившего клиента.

Если увеличивается интенсивность X поступления клиентов и время t обслуживания, то нетерпеливые клиенты будут уходить необслуженными, а фирма будет иметь снижение дохода $D_ф$, определяемое формулой:

$$D_ф = X \times de^{\frac{-X \times t}{y}}, \tag{12}$$

Если увеличивать число y кассиров в фирме, то число x поступивших клиентов будет распределяться между кассирами, и процесс обслуживания клиентов ускорится, вероятность обслуживания $e^{\frac{-X \times t}{y}}$ увеличивается, и вместе с тем увеличивается доход фирмы. Однако с увеличением числа y кассиров возрастут общие расходы фирмы на оплату труда кассиров, аренду помещения, освещение, отопление и прочие коммунальные услуги. Таким образом, выражение (11) определяет прибыль $V(y)$ кассы предварительной продажи авиационных билетов в зависимости от числа y работающих кассиров при заданных значениях X, d, t.

Годовая прибыль $V_г(y)$ фирмы от числа y кассиров при разной почасовой заработной оплате r_i у.е./час, исходя из того условия, что в течение года касса работает $Г$ часов в соответствии с формулами:

$$V_г(y) = Г\left(X \times de^{\frac{-X \times t}{y}} - y \times r_i \right).$$

На рис. 7 приведены зависимости почасовой прибыли $V(y)$ кассы от числа y кассиров при следующих исходных данных: $x = 5$ чел/час; $d = 30$ у.е.; $r = 5$ у.е./час и $r = 3$, и введены 2 значения времени обслуживания: $t_1 = 0{,}15$ часа и $t_2 = 0{,}3$ часа, в соответствии с формулами:

$$V_1(y) = X \times de^{\frac{-X \times 0{,}3}{y}} - y \times 3,\ V_2(y) = X \times de^{\frac{-X \times 0{,}15}{y}} - y \times 5,$$

$$V_3(y) = X \times de^{\frac{-X \times 0{,}15}{y}} - y \times 3,\ V_4(y) = X \times de^{\frac{-X \times 0{,}3}{y}} - y \times 5.$$

Анализ полученных графиков позволяет сделать следующие выводы:

1. Максимальную прибыль $V(y)_{\max}$ при заданных условиях обеспечивают 5 – 6 кассиров.

2. Прибыль будет одинаковой при 2-х и 15-ти кассирах, при 4-х и 8-и кассирах.

3. С уменьшением оплаты r за обслуживание прибыль $V(y)$ увеличивается при большем числе y работающих кассиров.

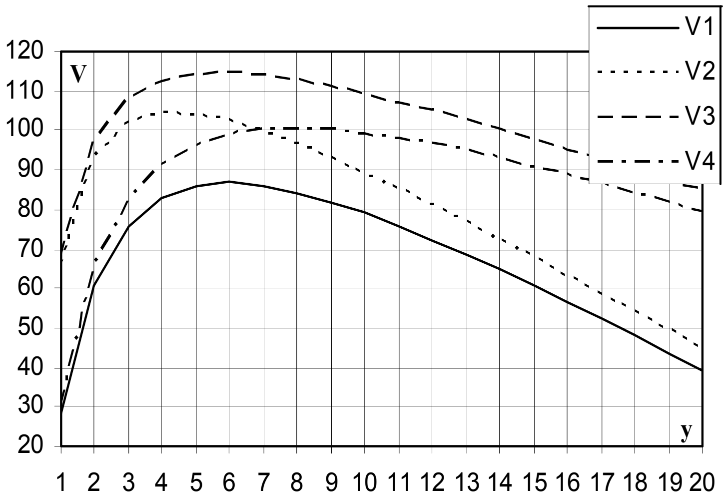


Рисунок 7 – Зависимость почасовой прибыли от числа рабочих

Последний вывод говорит о том, что автоматизация производства не всегда сопровождается сокращением рабочих мест. Многое зависит от спроса на продукцию, в данном случае от величин x и d .

Таким образом, предложенный метод исследования экономической структуры позволяет:

1. Обеспечить выбор рациональной экономической структуры в зависимости от нестационарной интенсивности поступления заявок на услуги.

2. Обеспечить условие максимальной прибыли за счет перестройки структуры ИУС в зависимости от времени.

3. Оптимизировать экономическую структуру с обеспечением минимальных непроизводительных расходов.

Литература

1. Балашов Е.П. Микропроцессоры и микропроцессорные системы / Е.П. Балашов, Д.В. Пузанков. – М. : Радио и связь, 1988. – 368 с.
2. Гнеденко Б.В. Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. – М. : Наука, 1966. – 431 с.
3. Корн Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1977. – 832 с.
4. Демидович Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон. – М. : Наука, 1970. – 664 с.
5. Аль-Аммори Али. Выбор и оптимизация структур информационно-управляющих систем воздушных судов: [монография] / Аль-Аммори Али. – К. : Наук. світ, 2007. – 115 с.

Аль-Амморі Алі, Шкурко О.П.

Техніко-економічне саморегулювання ефективності
функціонування інформаційно-управляючих систем

У статті запропонована методика економічного обґрунтування вибору оптимальної мікропроцесорної системи, що працює в багатозадачному режимі реального часу при нестаціонарному надходженні вимог до вирішення задач, що виконуються в інформаційно-управляючих системах. Обґрунтовується необхідність застосування багатоканальних та багатофазних систем масового обслуговування.

Статья поступила в редакцию 06.04.2010.